Mitteltonstimmungen

Im Laufe des 19. Jahrhunderts wurde die gleichstufige (gleichschwebende) Stimmung im Vergleich zu den älteren Stimmungen immer wichtiger. Heute sind fast alle Tasteninstrumente in dieser Stimmung gehalten, dies ist fast eine Selbstverständlichkeit geworden.

Erste Selbstverständlichkeit : Spielen und hören Sie verschiedene Quint-intervalle auf Klavier oder Orgel. Mit angehaltenem Zusammenklang können Sie Schwebungen wahrnehmen. Wenn Sie dieses in verschiedenen Positionen durchführen, werden Sie feststellen, dass sich das Tempo der Schwebungen verändert, je nachdem ob die Intervalle in höheren oder niedrigeren Positionen gespielt werden. An diesen proportionalen Tempodifferenzen der Schwebungen hat diese Stimmung auch ihren Namen zu danken.

Zweite Selbstverständlichkeit : Spielen Sie den Quintenzirkel. Beginnen Sie mit dem niedrigsten C auf Ihrer Tastatur und erhöhen Sie dann immer um ein Quinte:

C	G	D	A	E	H	F#	C#	G#	D#	B	F	C
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Sie finden es völlig selbstverständlich, dass Sie wieder auf einem C landen, welches genau 7 Oktaven höher ist. Aus der Geschichte geht jedoch hervor, dass dieses 12-Tonsystem aus reinen Quinten besteht. Die Quinten, die Sie gerade gespielt haben, werden normalerweise als rein bezeichnet, sie sind dies im akustischen Sinne aber nicht. Nur wenn man keine Schwebungen hören würde, der Zusammenklang also in völliger Ruhe wäre, könnte man von einer reinen Stimmung sprechen.

Die Pythagoreische Stimmung

Im Mittelalter wurde das aus reinen Quinten bestehende Tonsystem im Allgemeinen für Tasteninstrumente verwendet. Diese Stimmung wird auch die pythagoreische Stimmung genannt nach Pythagoras, der die Grundlage für dieses Tonsystem bildete. Würde man nach diesem System alle Quinten aus der obigen Reihe rein stimmen, dann käme man nach 7 Oktaven nicht auf ein C sondern auf einen Ton der erheblich höher läge. Dieses kleine Intervall zwischen reinem C (7 Oktaven höher: Frequenzverhältnis 2^7=128) und Quasi-C, Frequenzverhältnis $(2/3)^{12}$=129,7463379) wird als **pythagoreisches komma** bezeichnet und beträgt 23,46 Cent. In Cent umgerechnet[3] ergibt dies 8423.460011, gerundet auf 24 Cent. 12 gleichmäßig schwebende Quinten von 700 Cent gestapelt ergeben 8400 Cent. 12 reine Quinten von 702 Cent ergeben jedoch 8424 Cent. Dieser Unterschied von 24 Cent ist das pytthagoräische Komma.

Die Gleichstufige Stimmung

Im gleichstufigen Tonsystem verteilt man dieses kleine Intervall, das pythagoreische Komma, gleichmäßig auf alle 12 Intervalle des Quintenkreises. Wenn wir also die Reihe von 12 Quinten bei dem tiefen C beginnen, kehren wir zu einem C zurück, das genau 7 Oktaven höher liegt. Wir haben jetzt alle Töne der gleichtemperierten Stimmung erhalten, obwohl sie über 7 Oktaven verteilt sind. Durch Oktavierungen bringen wir diese 12 Töne dann innerhalb eines Oktavbereiches. Diese gleichtemperierte Stimmung basiert daher auf einer 1/12-Division des pythagoräischen Kommas. Andere Verteilungsvarianten, die auf diesem Komma basieren, sind beispielsweise die 1/3'-, 1/5'- und 1/6' -Verteilung.

Die 1/4' Mitteltonstimmung

Eine bekannte historische Stimmung ist die 1/4' Mitteltonstimmung, die auch einfach Mitteltonstimmung genannt wird. In dieser Stimmung ist der Ausgangspunkt die **reine** große Terz. Nachdem wir vier reine Quinten auf C: also G D A E gestapelt haben, erhalten wir die **pythagoreïsche** große Terz E, zwei Oktaven über dem Anfangston C (vier reine Quinten gestapelte Intervalle ergeben $(3/2)^4$ = 5,0625). Die zwei Oktaven höher gelegene **reine** große Terz E hat jedoch ein Verhältnis von 5. Das Intervall zwischen den beiden großen Terzen ergibt sich durch Division von 5,0625/5 = 1,0125, was umgerechnet[3] 21,5 Cent entspricht. Dieses kleine Intervall, die Diskrepanz zwischen mittleren großen Terzen und reinen großen Terzen, wird nach seinem

Entdecker als syntonisches oder Komma von Didymus bezeichnet. Das kleine, kaum wahrnehmbare Intervall zwischen dem pythagoreischen Komma und dem syntonische Komma beträgt 1,9537 Cent und wird als Schisma bezeichnet.

Die Verteilung des syntonischen Kommas

Bei der 1/4' Mitteltonstimmung wird das 21,5-Centkomma über den Quintenstapel verteilt. Die vierte Quint im Stapel ist, wie wir gesehen haben, die zu hohe große Terz E. Wenn wir nun jedes Quintntervall um 1/4 Komma reduzieren, haben wir das zu hohe pythagoräische E in ein reines E verändert. 1/4-Komma entspricht 5.375 (21,5/4) Cent. Jedes temperierte Quintntervall beträgt nun 702-5,375 = 696,625 Cent, auf 697 Cent abgerundet. Ein Stapel von 11 dieser Quinten ergibt 11 mal 697, was 7667 Cent entspricht. Schließlich bleibt ein Intervall von 8400-7667 = 733 Cent übrig! Das ist dann eine viel zu große 'Quinte', ein schreiendes 'falsches' Intervall und wird daher als Wolfsquinte bezeichnet.

Die ¼' mitteltönige Stimmung in ihrer historischen Struktur

Charakteristisch sind die reinen großen Terzen und die reinen kleinen Sexten. Dies geht jedoch zu Lasten der nicht mehr reinen - etwas zu kleinen - Quinten, die folglich nur langsam schweben. Dass diese Temperatur in der Geschichte populär wurde, ist nicht überraschend. Als Ende des 15. Jahrhunderts die große Terz zunehmend als Konsonant wahrgenommen wurde, verschwand die übliche pythagoreische Stimmung mit unreinen großen Terzen zugunsten des 1/4' Mitteltonstimmung. Der Name Mittelton verdankt diese Temperatur der Tatsache, dass die wichtigsten Sekunden genau in der Mitte der großen Terzen liegen. Die schönen, ruhigen großen Terzen und kleinen Sexten haben den vorgenannten Nachteil, die Wolfsquinte. Diese wird traditionell nicht am Ende des Zyklus platziert, sondern auf G#-D#. Neben der Wolfsquinte entstehen auch zusätzliche Wolfzusammenklänge. Aufgrund der Wolfsquinte und den anderen "Wölfen" können nicht alle Tonarten verwendet werden. Die verwendbaren sind: H, F, C, G, D und A; melodisch: g, d, a, e, h und fis; harmonisch: g, d und a.

Wie oben angegeben, basiert die 1/4'-Verteilung auf große Terzen und kleine Sexten mit einem Frequenzverhältnis von 5/4 bzw. 8/5.

1/4' Mittelton

Tasten	C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	B	H	C
Cents	0	76	193.2	310.3	386.3	503.4	579.5	696.6	772.6	889.7	1006.8	1082.9	(1200)
Abw. 12-EDO	0	-24	-6.8	10.3	-13.7	3.4	-20.5	-3.4	-27.4	-10.3	6.8	-17.1	(0)

Intervallprofil 1/4' Mittelton

M3	Cents	m3	Cents	P5	Cents
C-E	386	C-D#	310	C-G	697
C#-F	427	C#-E	310	C#-G#	697
D-F#	386	D-F	310	D-A	697
D3-G	386	D#-F#	269	D#-A#	697
E-G#	386	E-G	310	E-B	697
F-A	386	F-G#	269	F-C	697
F#-A#	427	F#-A	310	F#-C#	697
G-B	386	G-B	310	G-D	697
G#-C	427	G#-B	310	G#-D#	738
A-C#	386	A-C	310	A-E	697
A#-D	386	A#-D#	269	A#-F	697
B-D#	427	B-D	310	B-F#	697

M3: große Terzen; m3: kleine Terzen; P5: Quinten
Rot: Wolfsintervalle

Die ¼' Mittelonstimmung berechnet aus der gleichstufigen Stimmung (12EDO).

Da wir nun von der gleichstufigen Stimmung 12EDO ausgehen, die für 12 gleiche Oktavteilungen steht, vereinfacht sich die Berechnung. Ausgehend von der reinen großen Terz mit einem Frequenzverhältnis von 5:4 erhalten wir die Intervallgröße in Cent über die Formel

ln(5:4):ln2x1200=386. Diese reine große Terz ist 14 Cent (400–386) tiefer als die gleichstufige Stimmung. Wir kürzen die Quinten um ein Viertel dieser Differenz: 700 – (14:4) = 3,5. Anstelle von Quinten von 700 Cent erhalten wir nun temperierte Quinten mit Intervallen von 696,5 Cent.
Als Nächstes bauen wir den Quintenzirkel bis zur 8. Position mit Stapeln von 696,5 Cent auf:

C	0		
G	696,5		0
D	1393	> -1200	= 193
A	2089,5	> -1200	= 889,5
E	2786	> -2400	= 386
B	3482,5	> -2400	= 1082,5
F#	4179	> -3600	= 579
C#	4875,5	> -4800	= 75,5

Wolf position #8 + 738,5

G#	5572	> -4800	= 772
D#	6310	> -6000	= 310
A#	7007	> -6000	= 1007
F	7703,5	> -7200	= 503
(C)	(8400)		

In der 8. Stapelposition (G#–D#) fügen wir die Wolfsquinte hinzu, indem wir 738,5 Cent anstelle einer Quinte von 696,5 Cent addieren. Anschließend erweitern wir den Quintenzirkel wie zuvor mit den temperierten Quinten von 696,5 Cent.

In der richtigen Reihenfolge und gerundet:

C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B	C
0	76	193	310	**386**	503	569	697	772	890	1007	1083	1200

Andere Distributionen des syntonischen Kommas

Im Laufe der Geschichte ist auch eine Vielzahl von anderen Varianten auf der Grundlage des syntonischen Kommas aufgetaucht. Zum Einen durch das Verschieben der Wolfsquinte und zum anderen durch das Aufteilen des 'Wolfes' auf beispielsweise mehrere (zusammenhängende oder nicht zusammenhängende) Quintintervalle. Zum Anderen durch Anwendung eines immer kleineren Teils des Kommas als Verteilung, zum Beispiel: 1/3', 1/5' und 1/6' Mittelton. Die Verteilung des syntonischen Kommas im Verhältnis 1/11 ergibt eine theoretisch nahezu perfekte Annäherung an die Verteilung des pythagoreischen Kommas im Verhältnis 1/12. Praktisch ist dieser Unterschied vernachlässigbar.

Die 1/5' Mitteltonstimmung

Tasten	**C**	**C#**	**D**	**D#**	**E**	**F**	**F#**	**G**	**G#**	**A**	**A#**	**B**	**C**
Cents	**0**	83.6	195.3	307	390.6	502.3	585.9	697.7	781.2	893	1004.7	**1088.3**	(1200)
Abw. 12-EDO	0,	-16.4	-4.7	7	-9.4	2.3	-14.1	-2.3	-18.8	-7	4.7	-11.7	(0)

Intervallenprofil 1/5' Mittelton

M3	Centa	m3	Cents	P5	Cents
C-E	391	C-D#	307	C-G	698
C#-F	419	C#-E	307	C#-G#	698
D-F#	391	D-F	307	D-A	698
D#-G	391	D#-F#	279	D#-A#	698
E-G#	391	E-G	307	E-B	698
F-A	391	F-G#	279	F-C	698
F#-A#	419	F#-A	307	F#-C#	698
G-B	391	G-B	307	G-D	698
G#-C	419	G#-B	307	G#-D#	726
A-C#	391	A-C	307	A-E	698
A#-D	391	A#-D#	279	A#-F	698
B-Eb	419	B-D	307	B-F#	698

Die 1/6' Mitteltonstimmung

1/6' Mittelton													
Tasten	C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B	C
Cents	0	88.6	196.7	304.9	393.5	501.6	**590.2**	698.4	787	895.1	1003.3	1091.9	(1200)
Abw. 12-EDO	0,	-11.4	-3.3	4.9	-6.5	1.6	-9.8	-1.6	-13	-4.9	3.3	-8.1	(0)

Intervallprofil 1/6' Mittelton

M3	Cents	m3	Cents	P5	Cents
C-E	394	C-D#	305	C-G	698
C#-F	413	C#-E	305	C#-G#	698
D-F#	394	D-F	305	D-A	698
D#-G	394	D#-F#	285	D#-A#	698
E-G#	394	E-G	305	E-B	698
F-A	394	F-G#	285	F-C	698
F#-A#	413	F#-A	305	F#-C#	698
G-B	394	G-B	305	G-D	698
G#-C	413	G#-B	305	G#-D#	718
A-C#	394	A-C	305	A-E	698
A#-D	394	A#-D#	285	A#-F	698
B-D#	413	B-D	305	B-F#	698

Die 1/3' Mitteltonstimmung

1/3' Mittelton													
Tasten	C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B	C
Cents	0	63.5	189.6	315.6	379.1	505.2	568.7	694.8	758.3	**884.4**	1010.4	1073.9	(1200)
Abw. 12-EDO	0,	-36.5	-10.4	15.6	-20.9	5.2	-31.3	-5.2	-41.7	-15.6	10.4	-26.1	(0)

Intervallprofil 1/3' Mittelton

M3	Cents	m3	Cents	P5	Cents
C-E	379	C-D#	316	C-G	698
C#-F	413	C#-E	316	C#-G#	698
D-F#	379	D-F	316	D-A	698
D#-G	379	D#-F#	253	D#-A#	698
E-G#	379	E-G	316	E-B	698
F-A	379	F-G#	253	F-C	698
F#-A#	413	F#-A	316	F#-C#	698
G-B	379	G-B	316	G-D	698
G#-C	413	G#-B	316	G#-D#	757
A-C#	379	A-C	316	A-E	698
A#-D	379	A#-D#	253	A#-F	698
B-D#	413	B-D	316	B-F#	698

Reine Obertonstimmung und temperierte Stimmung

Alle diese Stimmungen (für Tasteninstrumente!) haben den impliziten Ausgangspunkt, dass die betreffenden Klangerzeuger eine harmonische Obertonstruktur haben (Zum Beispiel Cembali und Orgeln). Dies bedeutet, dass die Frequenzen der Obertöne alle ganze Vielfache der Grundtonfrequenzen sind. Die Frequenzen im Tonspektrum beziehen sich also auf 1 (Grundton), 2, 3 usw. Dieses verursacht schliesslich nach Abstimmung der Klangquellen, (vibrierenden Saiten und Luftsäulen), Probleme.

Zum Beispiel

Im Falle einer Orgel in der gleichschwebenden Stimmung: Wählen Sie Prinzipal 8' und spielen Sie das Quintintervall c'–g'. Sie müssen nicht einmal so konzentriert zuhören, um zu bemerken, dass dieser Zusammenklang zu einer Schwebung führt. Die Ursache liegt in der festen Tatsache, dass die Obertöne des Prinzipalregisters Vielfache des Grundtones sind. Mit anderen Worten, die

Obertöne (die innere Stimmung) sind in der reinen Stimmung, sie verhalten sich daher in der Frequenz wie: 1, 2, 3, ... In der c'-g'-Konsistenz steht das g-Prinzipal jedoch in einem gleichstufig schwebenden Frequenzverhältnis zur c'-Pfeife. Dies hat folgende Konsequenz: Die dritte Harmonische des c'-Prinzipals stimmt nicht genau mit der zweiten Harmonischen des g'-Prinzipals überein. Einfach deswegen weil die gleichschwebende Quinte im Vergleich zur reinen Quinte ein Bruchteil zu klein ist. An dieser reinen Stimmung in den Obertönen bei vibrierenden Luftsäulen und (idealen) Saiten lässt sich nichts ändern. Die einzige Möglichkeit, um die reine Obertonstimmung und die externe Stimmung einigermassen zusammenklingen zu lassen ist eine Anpassung der externen Stimmung, zum Beispiel: 1/4' Mitteltton, Werckmeister, Valotti, Young, usw.

Idiophone

Bei idiophonen Instrumenten, welche Töne mit einer nicht harmonischen oder nur teilweise harmonischen Obertonstruktur erzeugen, muss die Bedeutung einer Abtimmung in einer anderen Perspektive gesehen werden. Das gilt sicherlich für jene Instrumente, bei denen man in die Stimmung der Obertöne noch eingreifen kann (zum Beispiel Glocken, Metallophone usw.). Die wichtigste Bedingung ist jedoch, dass die internen Obertonstrukturen der einzelnen Klangerzeuger mit der externen Stimmung übereinstimmt. Ein Beispiel aus der Carillonwelt : Glockenspielglocken zeichnen sich durch die charakteristische kleine Terz als Oberton aus. Wenn Sie ein c spielen, ertönt dabei ein eb. Der Glockengießer hat die Glocke für ein Carillon in der gleichschwebenden Stimmung abgestimmt. Aufgrund dieser Stimmung wird die kleine Terz genauer als gleichschwebende kleine Terz definiert, was somit mit der Stimmung der Glocken untereinander übereinstimmt. Wenn Sie das Intervall c'-es 'spielen, dann stimmen Prime und der eb'-Gocke genau mit der kleinen Terz der c'-Glocke überein.

Stimmung und Tasteninstrumente

Das freie Intonieren von Musikern als Spieler von Saiten- und Blasinstrumenten kann nach Belieben stattfinden. Das ganze Stimmungsproblem ist eigentlich nur ein Problem unserer Tasteninstrumente, welche nur eine begrenzte Anzahl von physikalischen Bedienungselementen haben, bei denen schon bei der Herstellung des Instrumentes eine Wahl für eine bestimmte Stimmung getroffen werden muss. Dies beruht wiederum auf der Tatsache, dass die Töne der gekoppelten Schallerzeuger, (der schwingenden Saiten und der schwingenden Luftsäulen) eine feste harmonische Obertonstruktur aufweisen.

Tonhöhe und Frequenz

Tonhöhe und Frequenz, zwei Konzepte die eine besondere Beziehung zueinander haben. Tonhöhe ist eine psychologische Eigenschaft, während Frequenz eine physikalische Größe darstellt. Wir werden die Beziehung zwischen diesen beiden Konzepten anhand eines Beispiels näher betrachten. Wir erkennen eine bestimmte Melodie sofort als dieselbe, ob sie in einer hohen oder einer niedrigen Position gespielt wird. Wir unterscheiden nämlich Intervalle: Oktaven, Quinten, Terzen usw. Betrachtet man aber die Frequenzunterschiede zweier identischer Melodien, eine in tiefer Position und die andere Variante in hoher Position, so erscheinen die aufeinanderfolgenden Frequenzunterschiede in beiden Varianten völlig unterschiedlich. Ein genauerer Blick zeigt, dass die aufeinanderfolgenden Intervalle, also Frequenzverhältnisse, identisch sind. Eine lineare Beziehung der Tonhöhenempfindung erfordert eine geometrische Beziehung der Frequenzen. Beispielsweise erkennen wir die exponentiell verlaufenden Frequenzreihen 100, 200, 400 und 800 Hz, bei denen jede Frequenz nacheinander mit 2 multipliziert wird, als eine Reihe von vier aufeinanderfolgenden Oktaven.

[1]International wird diese Abstimmung zunehmend als 12-EOD (12 equal divisions of the octave) übersetzt. Oft stoßen Sie auch auf Namen wie 12-TET und 12-ET, Abkürzungen für 12- (Tone) Equal Temperament.

[2]Centsystem
Der englische Mathematiker Alexander Ellis entwickelte ein Intervallmesssystem, das auf der linearen Tonhöhenwahrnehmung basiert. Er teilte die Oktave in 1200 gleiche Mikrointervalle. Ein Halbtonintervall entspricht daher per Definition 100 Cent. Das System ist Standard für die (wissenschaftliche) Intervallnotation. Das oben erwähnte kleine Intervall, das als pythagoreisches Komma angegeben wird, entspricht 24 Cent, die nach diesem System gerundet sind, was fast dem achten Teil eines ganzen Tons entspricht. Mit den folgenden Formeln können Sie leicht Frequenzverhältnisse zu Cent und umgekehrt berechnen.

[3]Formeln: Frequenzverhältnisse und Intervalle in Cent

Aus dem Frequenzverhältnis **R** zweier Frequenzen (xHz/yHz) ergibt sich das Intervall **I** in Cent: $I = \ln R / \ln 2 \times 1200$

Umgekehrt ergibt sich vom Intervall **I** zum (dezimalen) Frequenzverhältnis **R** Folgendes: $R = e^{(I \times \ln 2/1200)}$

Hz ist die Frequenzeinheit und per Definition 1 Hz = 1 Vibration pro Sekunde

Ernst Bonis

Literatur und weiter lesen

Tuning and Temperament
A Historical Survey
J. Murray Barbour
Dover Publications, Inc.
Mineola, New York

Campanologie
dr. André Lehr
©1996 Koninklijke Beiaardschool, 'Jef Denyn', Mechelen, België
Nationaal Beiaardmuseum, Asten, Nederland

http://www.janvanbiezen.nl/Stemmingen.pdf

http://www.huygens-fokker.org/microtonality/temperament.html

An Introduction to Historical Tunings
https://www.kylegann.com/histune.html

Summary of Equal-Temperament, Meantone, and Well-Temperament Systems
https://www.historicaltuning.com/TuningsSummary.html

Bradley Lehman, LaripS.com
http://www-personal.umich.edu/~bpl/larips/meantone.html

'Mean Tone Scale Generator'
http://robertinventor.com/software/tunesmithy/help/mean_tone_in_cents.htm

https://www.yacavone.net/xen-calc/?q=3^%281/19%29

http://www2.siba.fi/akustiikka/index.php?id=47&la=en